ИТОГОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Задача 1. Найти матрицу, обратную матрице $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{matrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \end{matrix}$$

Задача 2. Решить СЛАУ $\begin{cases} x+2y-z=3, \\ 3x-y+z=2, \\ 2x-3y+2z=-1. \end{cases}$

$$\begin{matrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \end{matrix} ¿$$

$$1 \quad 2 \quad ¿$$

$$1 \quad 0 \quad ¿$$

$$|$$

Система имеет множество решений:

$$\begin{cases} x+\dfrac{1}{7z}=1 \\ y-\dfrac{4}{7z}=1 \end{cases}$$

Задача 3. Вероятность того, что в результате проверки изделию будет присвоен «Знак высшего качества», равна 0,2. На контроль поступило 9 изделий. Какова вероятность того, что знак высшего качества будет присвоен:

а) ровно 6-ти изделиям;

б) более чем 7-ми изделиям;

в) хотя бы одному изделию;

г) указать наивероятнейшее число изделий, получивших знак высшего качества, и найти соответствующую ему вероятность.

Решение:

1. *а*) Искомую вероятность найдем по формуле Бернулли:

$P_n(m)=C_n^m\cdot p^m\cdot q^{n-m}$, где $q=1-0.2=0.8$

$$P_9(6)=C_9^6\cdot p^6\cdot q^3=\frac{9!}{6!\cdot 3!}\cdot 0.2^6\cdot 0.8^3=\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 1\cdot 2\cdot 3}\cdot 0.2^6\cdot 0.8^3=84\cdot 0.2^6\cdot 0.8^3\approx 0.0028$$

б) обозначим через событие А – более чем k=7 изделиям присвоен знак высшего качества.

$$P(A)=P_9(7)+P_9(8)+P_9(9)$$

$$P_9(7)=C_9^7\cdot p^7\cdot q^2=\frac{9!}{7!\cdot 2!}\cdot 0.2^7\cdot 0.8^2=\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 1\cdot 2}\cdot 0.2^7\cdot 0.8^2=36\cdot 0.2^7\cdot 0.8^2\approx 0.0003$$

$$P_9(8)=C_9^8\cdot p^8\cdot q^1=\frac{9!}{8!\cdot 1!}\cdot 0.2^8\cdot 0.8^1=\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 1}\cdot 0.2^8\cdot 0.8=9\cdot 0.2^8\cdot 0.8\approx 0.00002$$

$$P_9(9)=C_9^9\cdot p^9\cdot q^0=\frac{9!}{9!\cdot 0!}\cdot 0.2^9=\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}\cdot 0.2^9=0.2^9\approx 0.0000005$$

$$P(A)=P_9(7)+P_9(8)+P_9(9)=0.0003+0.00002+0.0000005=0.0003205$$

в) событие С – хотя бы одному изделию – одному и более.

Противоположное событие $\bar{C}$ – ни одному изделию

$$P(\bar{C})=P_9(0)=C_9^0\cdot p^0\cdot q^9=\frac{9!}{9!\cdot 0!}\cdot 0.8^9\approx 0.1342$$

$$P(C)=1-P(\bar{C})=1-0.1342=0.8658$$

г) найдем наивероятнейшее k_0 количество изделий, получивших знак высшего качества по формуле:

$$n \cdot p - q \le k_0 \le n \cdot p + p$$

$$9 \cdot 0.2 - 0.8 \le k_0 \le 9 \cdot 0.2 + 0.8$$

$$1 \le k_0 \le 2.6$$

$k_0 = 1$ или $k_0 = 2$, т.е. вероятнее всего одно или два изделия получат знак высшего качества

Соответствующие им вероятности равны:

$$P_9(1) = C_9^1 \cdot p^1 \cdot q^8 = \frac{9!}{8! \cdot 1!} \cdot 0.2^1 \cdot 0.8^8 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 1} \cdot 0.2^1 \cdot 0.8^8 = 9 \cdot 0.2 \cdot 0.8^8 \approx 0.302$$

$$P_9(2) = C_9^2 \cdot p^2 \cdot q^7 = \frac{9!}{7! \cdot 2!} \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^7 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 2} \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^7 = 36 \cdot 0.2^2 \cdot 0.8^7 \approx 0.302$$